

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Макушев Андрей Егорович
Должность: Ректор
Дата подписания: 19.03.2025 16:35:55
Уникальный программный ключ:
4c46f2d9ddda3fafb9e57683d11e5a4257b6ddfe

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Чувашский государственный аграрный университет»
(ФГБОУ ВО Чувашский ГАУ)

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ФГБОУ ВО Чувашский ГАУ
А.Е. Макушев
19.03.2025 года



ПРОГРАММА
ВНУТРЕННЕГО ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
ПО ПРЕДМЕТУ «ОСНОВЫ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ»

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА.....	3
ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ.....	3
ПРОГРАММА КУРСА	5
ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ АБИТУРИЕНТОВ.....	10
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА	13
ПРИЛОЖЕНИЕ	14

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Настоящая программа вступительного испытания составлена в соответствии с образовательной программой среднего полного общего образования и предназначена для абитуриентов, поступающих в ФГБОУ ВО Чувашский ГАУ по направлениям подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, 19.03.02 Продукты питания из растительного сырья, 19.03.03 Продукты питания животного происхождения, 20.03.01 Техносферная безопасность, 21.03.02 Землеустройство и кадастры, 23.03.01 Технология транспортных процессов, 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, 35.03.04 Агрономия, 35.03.06 Агроинженерия, 35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции, 36.03.01 Ветеринарно-санитарная экспертиза, 36.03.02 Зоотехния, 38.03.01 Экономика, 38.03.02 Менеджмент, 38.03.02 Товароведение, 43.03.01. Сервис и специальности 36.05.01 Ветеринария, 23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства.

Цель вступительного испытания по предмету «Основы элементарной математики»: определить соответствие уровня подготовки абитуриента по математике требованиям стандарта для дальнейшего обучения в вузе.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Вступительное испытание рассчитано на абитуриентов, изучивших курс математики, отвечающий обязательному минимуму содержания среднего общего образования.

На выполнение экзаменационной работы по предмету «Основы элементарной математики» дается 3 часа (180 минут).

Проведение вступительных испытаний может осуществляться с использованием дистанционных технологий.

Для участия в конкурсе абитуриент должен набрать балл не меньший, чем минимальный балл ЕГЭ по математике 2025 года – 27 баллов. Итоговая оценка знаний абитуриента осуществляется по 100-балльной шкале. Перевод суммарно набранных первичных баллов в 100-балльную шкалу осуществляется по таблице перевода первичных баллов в 100-балльную шкалу, утверждаемой ректором университета. Максимальный суммарный первичный балл равен 32.

Каждый вариант экзаменационного теста включает в себя 19 заданий. Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и количеству заданий:

- часть 1 содержит 12 заданий (задания 1–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;
- часть 2 содержит 7 заданий (задания 13–19) с развернутым ответом

(полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Ответы на задания с первого по двенадцатый заносятся в карту ответов. Ответы на задания с тринадцатого по девятнадцатое представляются в виде развернутого ответа на дополнительный бланк.

Экзаменационные задания по математике не выходят за рамки данной программы, но требуют глубокой проработки всех ее элементов.

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Посредством заданий части 2 осуществляется проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне.

По уровню сложности задания распределяются следующим образом:

задания 1–4 и 6–8 имеют базовый уровень;

задания 5 и 9–17 – повышенный уровень;

задания 18 и 19 относятся к высокому уровню сложности.

ПРОГРАММА КУРСА

Перечень элементов содержания, проверяемых на вступительном испытании по предмету «Основы элементарной математики»

1. Арифметика, алгебра и начала анализа

- Целые числа
- Степень с натуральным показателем
- Дроби, проценты, рациональные числа
- Степень с целым показателем
- Корень степени $n > 1$ и его свойства
- Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
- Радианная мера угла
- Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
- Основные тригонометрические тождества
- Формулы приведения
- Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
- Логарифм числа
- Логарифм произведения, частного, степени
- Десятичный и натуральный логарифмы, число e
- Преобразования выражений, включающих арифметические операции
- Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
- Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
- Преобразования тригонометрических выражений
- Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования
- Модуль (абсолютная величина) числа
- Квадратные уравнения
- Рациональные уравнения
- Иррациональные уравнения
- Тригонометрические уравнения
- Показательные уравнения
- Логарифмические уравнения
- Равносильность уравнений, систем уравнений
- Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
- Квадратные неравенства
- Рациональные неравенства
- Показательные неравенства

- Логарифмические неравенства
- Системы линейных неравенств
- Системы неравенств с одной переменной
- Равносильность неравенств, систем неравенств
- Метод интервалов
- Функция, область определения функции
- Множество значений функции
- График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
- Обратная функция. График обратной функции
- Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат
- Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания
- Чётность и нечётность функции
- Периодичность функции
- Ограниченность функции
- Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
- Наибольшее и наименьшее значения функции
- Основные элементарные функции
- Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
- Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
- Уравнение касательной к графику функции
- Производные основных элементарных функций
- Вторая производная и её физический смысл
- Применение производной к исследованию функций и построению графиков
- Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах
- Первообразные элементарных функций
- Примеры применения интеграла в физике и геометрии

2. Геометрия

- Треугольник
- Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
- Трапеция
- Окружность и круг
- Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника
- Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника

- Правильные многоугольники
- Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника
- Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые
- Перпендикулярность прямых
- Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
- Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства
- Перпендикуляр и наклонная
- Теорема о трех перпендикулярах
- Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
- Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур
- Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
- Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
- Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
- Сечения куба, призмы, пирамиды
- Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)
- Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- Шар и сфера, их сечения
- Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
- Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями
- Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника
- Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости, расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями
- Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
- Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
- Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара
- Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве.
- Формула расстояния между точками, уравнение сферы

- Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число
- Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
- Компланарные векторы. Разложение по трём некопланарным векторам
- Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

3. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

- Поочередный и одновременный выбор
- Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона
- Табличное и графическое представление данных
- Числовые характеристики рядов данных
- Вероятности событий
- Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

4. Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала анализа

- Формулы приведения
- Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
- Синус и косинус двойного угла
- Логарифм произведения, частного, степени
- Степень с рациональным показателем и её свойства
- Свойства степени с действительным показателем
- Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
- Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
- Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
- Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений
- Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
- Метод интервалов
- Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем
- Линейная функция, её график

- Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график
 - Квадратичная функция, её график
 - Степенная функция с натуральным показателем, её график
 - Тригонометрические функции, их графики
 - Показательная функция, её график
 - Логарифмическая функция, её график
 - Производные суммы, разности, произведения, частного
 - Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах
 - Примеры применения интеграла в физике и геометрии
- Геометрия**
- Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника
 - Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах
 - Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
 - Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
 - Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
 - Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса
 - Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ АБИТУРИЕНТОВ

Перечень требований к уровню подготовки абитуриентов, достижение которого проверяется на вступительном испытании по предмету «Основы элементарной математики».

Результаты обучения представлены в Требованиях к уровню подготовки. Эти требования структурированы по трем компонентам: «знать/понимать», «уметь», «использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни». При этом последние две компоненты представлены отдельно по каждому из разделов, содержания.

В результате изучения математики абитуриент должен

знать/понимать

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира;

АЛГЕБРА

уметь

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
 - проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
 - вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**
- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

уметь

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
 - строить графики изученных функций;
 - описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
 - решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**
- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;

НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

уметь

- вычислять производные и первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;
 - исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;
 - вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**
- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических, на наибольшие и наименьшие значения;

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

уметь

- решать рациональные, простейшие иррациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;
 - составлять уравнения и неравенства по условию задачи;
 - использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
 - изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- построения и исследования простейших математических моделей;

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

уметь

• решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;

• вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

• анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;

• анализа информации статистического характера;

ГЕОМЕТРИЯ

уметь

• распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;

• описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве,

аргументировать свои суждения об этом расположении;

• анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;

• изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;

• строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;

• решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

• использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;

• проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

• исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;

• вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Атанасян, Л. С. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват.учреждений / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, и др. – М. : Просвещение, 2021. – 383 с.
2. Атанасян, Л. С. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 класс. Базовый и углубленный уровни /Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов,С. Б. Кадомцев и др. – М. :Просвещение,2021. – 287 с.
3. Мордкович, А. Г. Алгебра. 9 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. – М. : Мнемозина, 2021. – 224 с.
4. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А. Г. Мордкович. – М. : Мнемозина, 2010. – 399 с.
5. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А. Г. Мордкович. – М. : Мнемозина, 2010. – 239 с.
6. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. – М. : Мнемозина, 2009. – 424 с.
7. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А. Г. Мордкович, Л. О. Денищева, Л. И. Звавич, Т. А. Корешкова и др.– М. : Мнемозина, 2009. – 343 с.
8. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. – М. : Мнемозина, 2007. – 287 с.
9. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А. Г. Мордкович, Л. О. Денищева, Л. И. Звавич и др.– М. : Мнемозина, 2009. – 264 с.
10. Мордкович, А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Базовый уровень. Учебник в 2 частях (комплект из 2 книг) / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л.А. Александрова, Е.Л. Мардахаева. – М. : Просвещение, 2021. – 255 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Образец экзаменационного билета для проведения вступительного испытания по предмету «Основы элементарной математики»

Вариант № 1

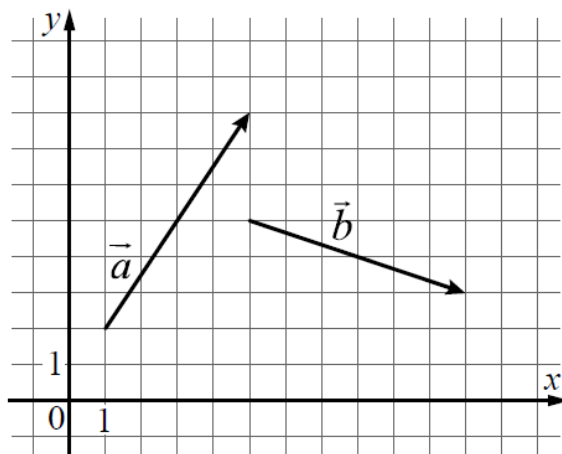
Ответы к заданиям 1–12 записываются в карту ответов в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ на листе-вкладыше.

Часть 1

1. Площадь треугольника ABC равна 24, DE — средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь треугольника CDE .

2. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



3. В первом цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. Эту жидкость перелили во второй цилиндрический сосуд, диаметр основания которого в 2 раза больше диаметра основания первого. На какой высоте будет находиться уровень жидкости во втором сосуде? Ответ дайте в сантиметрах.

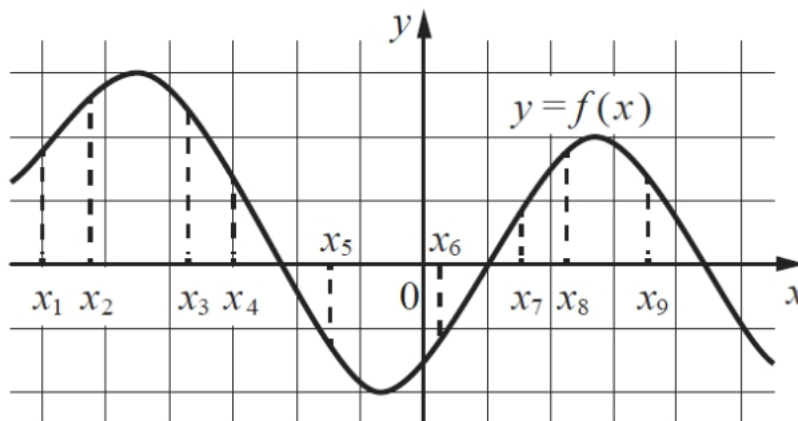
4. В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в двух билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене выпускнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах.

5. Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

6. Найдите корень уравнения: $\log_8(5x + 47) = 3$.

7. Найдите $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и $\pi < \alpha < 2\pi$.

8. На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: $x_1, x_2, \dots, x_9$. Найдите все отмеченные точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе укажите количество этих точек.



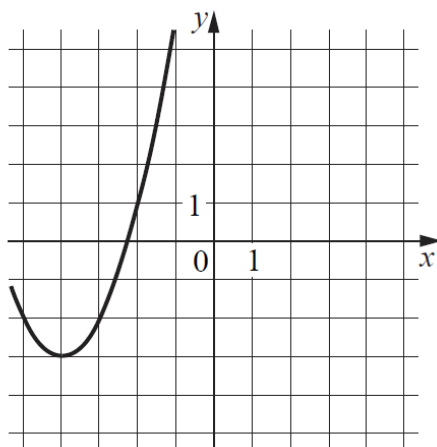
9. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемого сигнала (в МГц), f — частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту отражённого сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

10. Смешав 45-процентный и 97-процентный растворы кислоты и, добавив 10 кг чистой воды, получили 62-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 72-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 45-процентного раствора использовали для получения смеси?

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a, b, c — целые. Найдите значение $f(-12)$.



12. Найдите точку максимума функции $y = (x + 8)^2 \cdot e^{3-x}$.

Часть 2

13. а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3}\cos x + 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -1,5\pi]$.

14. Все ребра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N – середины ребер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите синус угла между плоскостями BMN и ABB_1 .

В ответе укажите синус угла между плоскостями BMN и ABB_1 , умноженный на $\sqrt{24}$.

15. Решите неравенство

$$\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right).$$

16. 15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн. рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн. руб.)	1,0	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн. рублей.

17. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

18. Найдите все положительные значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9, \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали, по крайней мере, 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах. Известно, что средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.